

A - Dimensionnement des moteurs des axes X et Y

A.1 - Détermination de la loi de commande optimale

A.1.1% la puissance maximale  $P_{max}$

on a:  $P_{max} = C_{mq} \cdot \omega_{mmax}$

avec:  $\lambda = \frac{V}{\omega_m} \Rightarrow \omega_{mmax} = \frac{V_{max}}{\lambda}$

dnc:  $P_{max} = C_{mq} \cdot \frac{V_{max}}{\lambda}$  (1)

A.1.2% expression du couple  $C_{mq} = f(\lambda, a)$

on a:  $C_{mq} = J_e \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = J_e \frac{\Delta \omega_m}{\Delta t}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{V}{\omega_m} \Rightarrow \Delta \omega_m = \frac{\Delta V}{\lambda}$  d'après graphique

d'où:  $C_{mq} = J_e \cdot \frac{\Delta V}{\lambda \cdot \Delta t} = \frac{J_e}{\lambda} \cdot \frac{V_{max} - 0}{t_a - 0}$

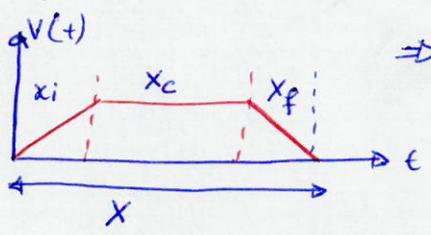
d'où:  $C_{mq} = \frac{J_e}{\lambda} \cdot a$  (2)

A.1.3% l'expression finale du  $P_{max}$

on remplace l'équation (2) dans (1)

$P_{max} = \frac{J_e \cdot a}{\lambda} \cdot \frac{V_{max}}{\lambda} \Rightarrow P_{max} = \frac{J_e \cdot a \cdot V_{max}}{\lambda^2}$

A.1.4% le déplacement X en fonction de  $V_{max}, T$  et  $t_a$



on a:  $v = \frac{d}{dt} \Rightarrow d = X$

$X = 2x_i + x_c$  where  $x_i$  is displacement in acceleration and  $x_c$  is displacement in constant velocity.

$x_c$ : Déplacement à vitesse constante

cherchons:  $x_c$ ?

$v(t) = \frac{x_i(t)}{t} \Rightarrow x_i(t) = v(t) \cdot t$

dnc  $v(t) = at = \frac{V_{max}}{t_a} \cdot t$

à  $t = t_a \Rightarrow x_i = x_i(t_a) = v(t_a) \cdot t_a$

$\hookrightarrow x_i = V_{max} \cdot t_a$

cherchons  $x_c$ :  $v = V_{max} = de$

$x_c = V_{max} (T - t_a) = V_{max} (T - 2t_a)$

d'où:  $X = 2x_i + x_c$

$= 2V_{max}t_a + V_{max}(T - 2t_a)$

$X = V_{max}(T - t_a)$

A.1.5% expression de  $P_{max} = f(\lambda, a, X)$

on a:  $P_{max} = \frac{J_e \cdot a \cdot V_{max}}{\lambda^2}$  et  $V_{max} = \frac{X}{T - t_a}$

et  $a = \frac{V_{max}}{t_a}$

$\hookrightarrow P_{max} = \frac{J_e}{\lambda^2} \frac{V_{max}^2}{t_a} \Rightarrow P_{max} = \frac{J_e}{\lambda^2} \frac{X^2}{t_a(T - t_a)^2}$

A.1.6% et A.1.7% Représentation de  $P_{max}$  et la valeur de  $t_a$  qui minimise  $P_{max}$

$\Rightarrow$  pour  $t_a \rightarrow 0 \Rightarrow P_{max} = +\infty$

$\Rightarrow$  pour  $t_a \rightarrow T \Rightarrow P_{max} = +\infty$

il existe alors un minimum de cette fonction:

$P_{max} = \frac{J_e X^2}{\lambda^2} \cdot \frac{1}{x(T-x)^2} \Rightarrow$  avec  $x = t_a$

$\Rightarrow \frac{dP_{max}}{dx} = 0 \Rightarrow \frac{-[x(T-x)^2]'}{x^2(T-x)^4} = 0$

$$\Leftrightarrow (T-x)^2 + x(-2(T-x)) = 0$$

$$\Leftrightarrow (T-x)^2 - 2x(T-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow (T-x)[T-x-2x] = 0$$

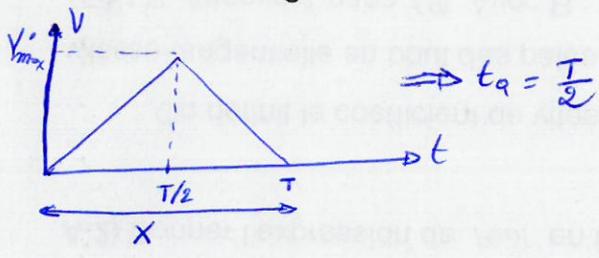
$$\Leftrightarrow (T-x)(T-3x) = 0$$

$\Rightarrow x = T$  (solution fautive)

donc soit :  $x = \frac{T}{3} \Rightarrow t_q = \frac{T}{3}$

**A.1.3% comparaison entre  $P_{max}$  de la commande**

$\Rightarrow$  Pour loi de triangle



$$P_{max}' = \frac{J_e \cdot X}{X^2 \cdot \frac{T}{2} (T - \frac{T}{2})^2}$$

$$= \frac{J_e \cdot X^2}{X^2 \cdot \frac{T^3}{8}}$$

$$P_{max}' = \frac{8 J_e X^2}{X^2 T^3}$$

$\Rightarrow$  pour loi trapèze

mais on va trouver  $t_a = T/3$

$$P_{max} = \frac{J_e}{X^2} \frac{X^2}{\frac{T}{3} (T - \frac{T}{3})^2}$$

$$P_{max} = \frac{27}{4} \cdot \frac{J_e X^2}{X^2 T^3}$$

$P_{max \text{ trapèze}} < P_{max \text{ triangle}}$

alors :

$$\frac{P_{max}}{P_{max}'} = \frac{27/4}{8} = \frac{27}{32}$$

$$\hookrightarrow P_{max} = \frac{27}{32} \cdot P_{max}'$$

$$\hookrightarrow P_{max} < P_{max}'$$

**A.2.7 Dimensionnement du moteur de l'axe X.**

**A.2.1% la force contre-électromotrice**

Aimant permanent  $\Rightarrow$  flux constant

$$\Phi = c k_e \Rightarrow E = k_e \cdot \omega_m$$

**A.2.2% le couple électromagnétique**

$$C_e = k_e \cdot I_a$$

**A.2.3% la constante fem  $k_e$ ?**

$$k_e = \frac{E}{\omega_m} \Rightarrow k_e =$$

on a d'après le document constructeur

$$E = 52 \text{ p sur } n = 1000 \text{ tr/min}$$

$$k_e = \frac{52}{1000} \Rightarrow k_e = 0.052 \text{ V/tr.min}$$

cette valeur est plus proche de la constante électromagnétique  $k_c = 0.5 \text{ Nm/A}$

**A.2.4% valeur du couple nominal**

on a le courant nominal  $\Rightarrow I_{an} = 16 \text{ A}$

$$C_{en} = k_c I_{an} \Rightarrow C_{en} = 0.5 \times 16 = 8 \text{ Nm}$$

**A.2.5% le couple du pôle  $C_p$  du moteur au point nominal :**

$$C_p = C_{sec} + f \cdot \omega_m$$

$\uparrow$  couple des frottement sec  $\quad \searrow$  couple viscosité

$$C_{sec} = 18 \text{ Nm} \Rightarrow C_{sec} = 18 \cdot 10^{-2} \text{ N.m}$$

$$f = \frac{6.5 \text{ Nm/tr.min}^{-1}}{1000} \Rightarrow f = \frac{6.5 \cdot 10^{-2} \text{ Nm/tr.min}^{-1}}{1000}$$

$$\text{donc : } C_p = C_{sec} + f (\text{Nm/tr.min}^{-1}) \cdot N_n (\text{tr/min})$$

$$\text{d'où : } C_p = 0.336 \text{ Nm}$$

donc le couple utile :  $C_u = C_e - C_p$

$$\text{alors } C_u = 7.664 \text{ Nm}$$

A.2.6% la puissance utile du moteur ainsi le rendement.

on a :  $P_u = C_u \cdot \Omega_m \Rightarrow P_u = 1926 \text{ W}$

le rendement est défini par :  $\eta = \frac{P_u}{P_a}$

donc  $P_a = U_g \cdot I_a = U_m \cdot I_{am} \Rightarrow P_a = 2144 \text{ W}$

d'où :  $\eta = 89,83\%$

A.3% Etude thermique du moteur de l'axe X.

A.3.1% le couple électromagnétique moyen  $C_m$

Par définition :  $C_{moy} = \frac{\text{Surface}}{T}$

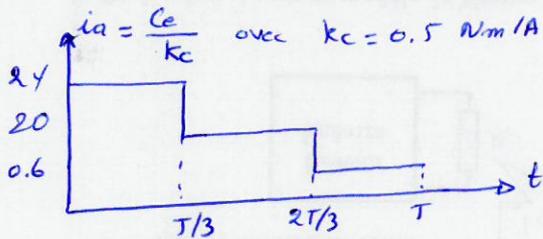
$$C_{moy} = \frac{1}{T} \times \left[ 12 \times \frac{T}{3} + 10 \times \frac{T}{3} + 0,3 \times \frac{T}{3} \right]$$

$$= \frac{12 + 10 + 0,3}{3} \Rightarrow C_m = 7,44 \text{ Nm}$$

Cette valeur est plus proche de la valeur trouvée par l'expression précédemment.

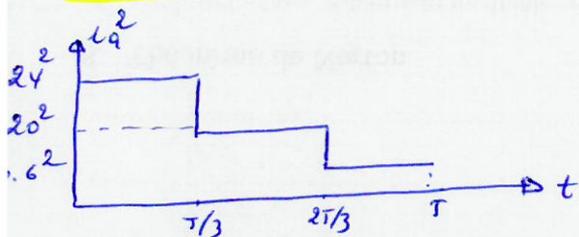
A.3.2% le courant efficace du moteur.

on trace tout d'abord le courant instantané



donc la valeur efficace est exprimée par :

$$I_{af} = \sqrt{\langle i_a^2 \rangle}$$



$$\langle i_a^2 \rangle = \frac{1}{T} \times \left[ \frac{T}{3} \times 24^2 + \frac{T}{3} \times 20^2 + 0,6 \times \frac{T}{3} \right]$$

$$\langle i_a^2 \rangle = 385,36 \Rightarrow$$

$$I_{af} = \sqrt{\langle i_a^2 \rangle} \Rightarrow I_{af} = 18,04 \text{ A}$$

C/c : le courant  $I_{af}$  est supérieur au courant nominal du moteur.

A.3.3% Pertes joules  $P_j$

$$P_j = R I_{af}^2 \Rightarrow P_j = 80 \text{ W}$$

avec  $R = 0,246 \Omega$

A.3.4% Validité du fonctionnement

pour répondre à cette question on doit comparer les pertes joules nominales à celle calculée  $P_j$

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{jc} = 80 \text{ W} \\ P_{jm} = R I_m^2 = 63 \text{ W} \end{array} \right. \quad \text{Im} = 16 \text{ A}$$

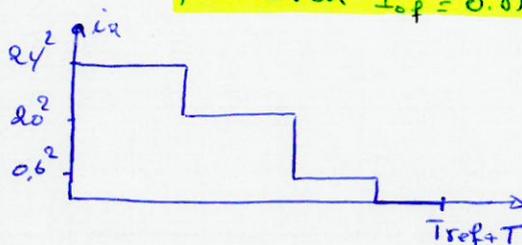
↳ cette puissance représente la température acceptée pour un échauffement de la MCC

Or  $P_{jc} > P_{jm} \Rightarrow$  cette commande

ne convient pas à ce moteur, d'ailleurs le courant  $I_{af} > I_m \Rightarrow$  explique bien que cette commande ne fonctionne pas.

A.3.5/ calcul temps d'arrêt  $T_{ref}$

pour avoir  $I_{af} = 0,85 I_m$



$$I_a^2 = \langle i_a^2 \rangle = \frac{1}{T_{ref} + T} \left( \frac{24^2 T}{3} + \frac{20^2 T}{3} + \frac{0,6^2 T}{3} \right)$$

$$\Rightarrow I_{ref}^2 = \frac{T}{3(T + T_{ref})} \times 976,36$$

$$\Rightarrow T_{ref} = \left[ \frac{976,36}{I_{ref}^2} \times \frac{1}{3} - 1 \right] \times T$$

avec  $T = 0,65$

$$\text{d'où : } T_{ref} = 0,455 \text{ s}$$

A.3.6% les nouvelles pertes joules

$$P_{jc} = R \cdot I_{ref}^2 = R (0,85 I_m)^2$$

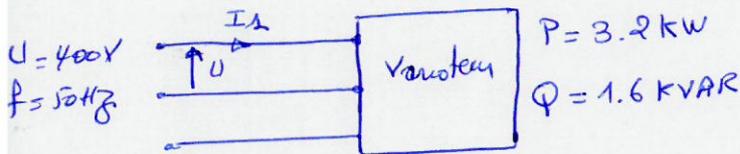
$$\hookrightarrow P_{jc} = 45,50 \text{ W}$$

les pertes joules nominal :  $P_{jn} = R I_m^2$   
 $P_{jn} = 63 \text{ W}$

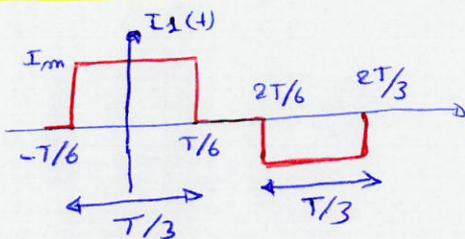
d'où :  $P_{jc} < P_{jn} \Rightarrow$  ce cycle de  
 fonction convient à cette machine  
 donc pas d'échauffement.

B. Filtré d'entrée du variateur du moteur  
 de l'axe z.

\* fonction comment sans filtre

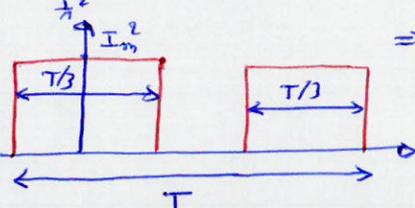


B.1% la valeur efficace de courant  $i_1(t)$



$$I_{1f} = \sqrt{\langle I_1^2 \rangle} \Rightarrow$$

on trace  $I_1^2(t)$



$$\Rightarrow \langle I_1^2 \rangle = \frac{\text{surface}}{T} = 2 \times \frac{I_m^2 \times T/3}{T}$$

$$\langle I_1^2 \rangle = \frac{2}{3} I_m^2 \Rightarrow I_{1f} = \sqrt{\langle I_1^2 \rangle}$$

$$I_{1f} = \sqrt{\frac{2}{3}} I_m \Rightarrow I_{1f} = 9,8 \text{ A}$$

la puissance apparente

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \text{ puissance déformée (D=??)}$$

d'où

$$S = \sqrt{3} U \cdot I_{1f} = 6789,63 \text{ VAR}$$

le facteur de puissance

$$f_p = \frac{P}{S} \Rightarrow f_p = 0,47 \triangle$$

$f_p > 0 \Rightarrow$  charge Inductive

B.2% relèvement de facteur de puissance

$f_p > 0 \Rightarrow$  charge Inductive pour  
 relever  $f_p \Rightarrow$  on doit installer des  
 batteries de condensateurs en parallèle  
 avec le variateur.

B.3% l'harmonique 5 est le plus gênant?

réseau 3v symétrique  $\Rightarrow$  les harmoniques  
 de rang pair sont nuls

en triphasé (tjrs) l'harmonique 3 et  
 multiple de 3 sont nuls

alors l'harmonique le plus proche du  
 fondamental est l'harmonique 5

$\Rightarrow$  harmonique 5 est le plus  
 gênant

la valeur efficace du fondamental

$$m=0 \rightarrow I_{fond}(t) = \frac{4 I_m}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \cdot \cos(\omega t)$$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{\pi} I_m \cos(\omega t) = V_{max}$$

$$I_{fond} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}\pi} I_m \Rightarrow I_{fond} = 9,35 \text{ A}$$

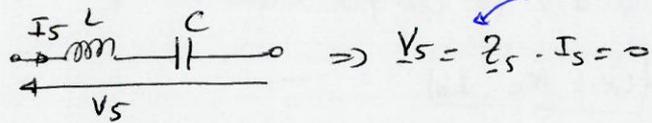
B.47/ taux de distorsion harmonique THD

on a :

$$THD = \frac{\sqrt{I_{2p}^2 - I_{fond}^2}}{I_{fond}}$$

$$\Rightarrow THD = 32.3\%$$

B.57/ la relation on L, C et  $\omega$



$$\Rightarrow Z_S = 0 \Rightarrow jL\omega_s + j\frac{1}{C\omega_s} = 0$$

$$L\omega_s - \frac{1}{C\omega_s} = 0$$

$$L\omega_s^2 = \frac{1}{C} \Rightarrow \omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

avec :  $\omega_s = 5\omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}}$

B.67/ la cellule LC se comporte comme un condensateur

cette question est basée sur la question B.57,  $\omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}}$

$$\omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}}$$

Leur d'abord en calculant l'impédance

$$Z = Z_C + Z_L \Rightarrow Z = j\left[L\omega - \frac{1}{C\omega}\right]$$

à partir de la condition, on tire l'expression

de L :  $\omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{25C\omega^2}$

on remplace cette équation dans l'expression

de Z :  $Z = j\left(\frac{1}{25C\omega} - \frac{1}{C\omega}\right)$

$$\Leftrightarrow Z = -j\frac{24}{25C\omega} \Rightarrow Z = \frac{1}{j\frac{25}{24}C\omega}$$

$$\Rightarrow \text{d'où : } Z = \frac{1}{jC_{eq}\omega} \text{ avec } C_{eq} = \frac{25}{24}C$$

la cellule est équivalente à un condensateur

B.77/ la valeur de Cq pour compenser la puissance réactive

donc :  $Q_C = -Q = -1.6 \text{ KVAR}$

sachant que :  $Q_C = -3 C_{eq} \omega V^2 = -C_{eq} \omega U^2$

$$\Rightarrow C_{eq} = -\frac{Q_C}{\omega U^2}$$

$$\Rightarrow C_{eq} = 32,83 \mu\text{F}$$

B.87/ la valeur de C et L

on a :  $\omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}}$ ,  $C_{eq} = \frac{25}{24}C$

$$L \Rightarrow C = \frac{24}{25} C_{eq} \Rightarrow C = 30,55 \mu\text{F}$$

o la bobine ?

$$\omega = \frac{1}{5\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{25C\omega^2} \Rightarrow L = 13,26 \text{ mH}$$

C - Asservissement de position des moteurs de l'axe X et Y

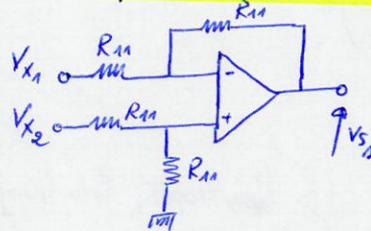
C.17/ le rôle de correcteur

Il s'agit d'un correcteur PI, qui présente les avantages suivants :

- + Augmenter la rapidité
- + rendre le système précis

(mais peut déstabiliser le système)

C.27/ expression de Vs



AOP idéal et fonctionne comme en régime linéaire :  $V^+ = V^-$ ,  $i^+ = i^- = 0$

donc :  $V^- = \frac{V_{s2} R_{11} + V_{x1} R_{11}}{2 R_{11}}$  (superposition)

$$V^- = \frac{V_{s1} + V_{x2}}{2}$$

et  $V^+ = V_{x2} \frac{R_{11}}{R_{11} + R_{11}} = \frac{V_{x2}}{2}$  (division de tension)

d'où :  $V_{s2} = V_{x2} - V_{x1}$

sans faire les calculs, on  $V_{x4}$  et dans la broche (+) et  $V_{x3}$  dans la broche (-)

$\Rightarrow$  d'où:  $V_{s2} = V_{x4} - V_{x3}$

**C-3° Expression  $V_{x5}(P)$**

la résistance est réglée de tel sort que  $V^+ = 0$ , cherchons alors  $V^-$

$\Rightarrow$  Appliquons le théorème de MILMAN

$$V^- = \frac{V_{s1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{s2}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} + \frac{V_{x5}(P)}{Z}$$

$$\frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} + \frac{1}{Z}$$

• l'AOP fonctionne en régime linéaire

$V^+ = V^- \Rightarrow \frac{V_{s1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{s2}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} + \frac{V_{x5}(P)}{Z} = 0$

alors

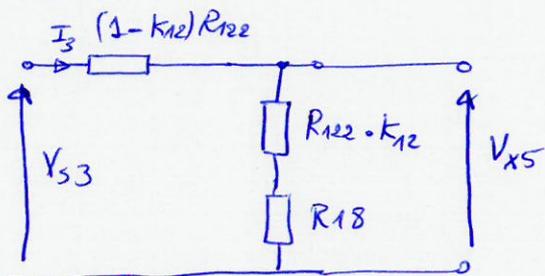
$$V_{x5}(P) = -Z \left[ \frac{V_{s1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{s2}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} \right]$$

$Z \Rightarrow \frac{R_{17} \parallel \frac{1}{C_4 P}}{Z} \Rightarrow Z = R_{17} + \frac{1}{C_4 P}$

d'où:  $V_{x5}(P) = -\left(R_{17} + \frac{1}{C_4 P}\right) \left[ \frac{V_{s1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{s2}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} \right]$

**C-4° Expression en  $V_{x5}(P)$**

Hypothèse:  $I_3 \gg I_5 \Rightarrow$  le schéma devient



loi de diviseur de tension:

$$V_{x5} = \frac{R_{122} \cdot K_{12} + R_{18}}{R_{122} + R_{18}} \times V_{s3}$$

$\Rightarrow V_{x5}(P) = B \cdot V_{s3}(P)$

avec  $B = \frac{R_{122} \cdot K_{12} + R_{18}}{R_{18} + R_{122}}$

C.5 / la relation  $V_{s3}, V_{x1}, V_{x2}, V_{x3},$  et  $V_{x4}$

on a  $\Rightarrow V_{s3} = \frac{1}{B} \cdot V_{x5}(P)$

$$V_{s3}(P) = -\frac{1}{B} \cdot Z \cdot \left[ \frac{V_{s1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{s2}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} \right]$$

$$V_{s3} = -\frac{Z}{B} \left( \frac{V_{x2}(P) - V_{x1}(P)}{R_{10}} + \frac{V_{x4}(P) - V_{x3}(P)}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}} \right)$$

tel que:  $Z = R_{17} + \frac{1}{C_4 P}$

**C.6° formule de l'eq. précédente**

on pose:  $L = R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}$

$$V_{s3} = -\frac{Z}{B} \left[ \frac{V_{x2} - V_{x1}}{R_{10}} + \frac{V_{x4} - V_{x3}}{L} \right]$$

$$= \left( \frac{V_{x1} - V_{x2}}{R_{10}} - \frac{V_{x4} - V_{x3}}{L} \right) \frac{Z}{B}$$

$$= \frac{1}{R_{10}} \left( [V_{x1} - V_{x2}] - \frac{R_{10}}{L} [V_{x4} - V_{x3}] \right) \frac{Z}{B}$$

$$= \left( [V_{x1} - V_{x2}] - \frac{R_{10}}{L} [V_{x4} - V_{x3}] \right) \frac{1}{R_{10} B} Z$$

$$= [U_c(P) - A U_{toch}(P)] \cdot C(P)$$

avec:  $U_c(P) = V_{x1}(P) - V_{x2}(P)$

$U_{toch} = V_{x4}(P) - V_{x3}(P)$

$C(P) = \frac{1}{R_{10} B} \left( R_{17} + \frac{1}{C_4 P} \right)$

$A = \frac{R_{10}}{L} = \frac{R_{10}}{R_{12} + K_{10} \cdot R_{120}}$

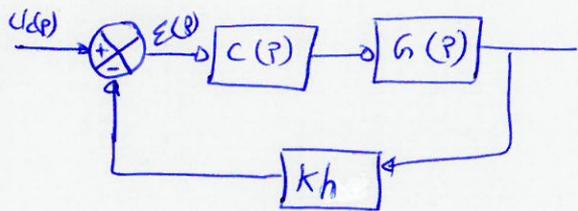
on a:  $C(P) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_i P} \right)$

soit  $C(P) = \frac{R_{17}}{R_{10} B} \left( 1 + \frac{1}{R_{17} \cdot C_4 P} \right)$

Par identification:  $K_p = \frac{R_{17}}{R_{10} B}$ ,  $T_i = R_{17} \cdot C_y$

**C.7% la fonction de transfert en Boucle ouverte**

on trace tout d'abord, le schéma fonctionnel:



on calcule  $K_h$  de génératrice tachymétrique

on a:  $\Omega_m \rightarrow K_h \rightarrow V_h \Rightarrow V_h = K_h \cdot \Omega_m$

$N_m = 1000 \text{ tr/min} \rightarrow \Omega_m = \frac{N_m \cdot 2\pi}{60} \rightarrow V_h = 6V$   
 $\Omega_m = 104.7 \text{ rad/s}$

d'où:  $K_h = \frac{V_h}{\Omega_m} \Rightarrow K_h = 0.057 \text{ V/rad.s}^{-1}$

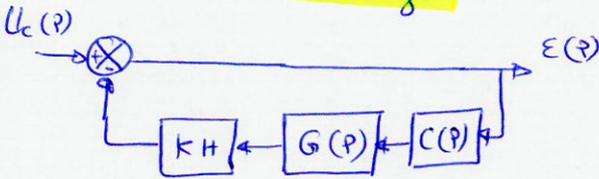
La fonction FTBO (P)

$FTBO(P) = C(P) \cdot G(P) \cdot K_h$   
 $= K_p \left( \frac{1+T_i P}{T_i P} \right) \cdot \frac{2 \cdot K_h}{(1+0.016P)(1+0.031P)}$

on a:  $T_i = 0.031$

d'où:  $FTBO(P) = \frac{2 K_p \cdot K_h}{0.031 P (1+0.016P)}$

**C.8% l'eneu de trainage**



$E(p) = \frac{1}{1 + FTBO(p)}$

on définit l'eneu de trainage  $p_n$ :

$E_T = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot \frac{U_c(P)}{1 + FTBO(P)}$

tel que  $U_c(P)$  est une fonction simple

$U_c(P) = \frac{1}{P^2}$

$\Rightarrow$  d'où:  $E_T = \lim_{P \rightarrow 0} P \cdot \frac{1}{P^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2 K_p \cdot K_h}{0.031 P (1+0.016P)}}$

$E_T = \lim_{P \rightarrow 0} \frac{1}{P + \frac{2 K_p \cdot K_h}{0.031 (1+0.016P)}}$

$E_T = \frac{0.31}{2 K_p \cdot K_h}$

on  $E_T = 12\% \Rightarrow E_T = 0.12$

$K_p = \frac{0.31}{2 \cdot E_T \cdot K_h} \Rightarrow K_p = 2.26$

**La stabilité**

Calculer la fonction de transfert en Boucle fermée

$FTBF(P) = \frac{C(P) \cdot G(P)}{1 + FTBO(P)} = \frac{2 K_p}{1 + \frac{2 K_p \cdot K_h}{0.031 P (1+0.016P)}}$

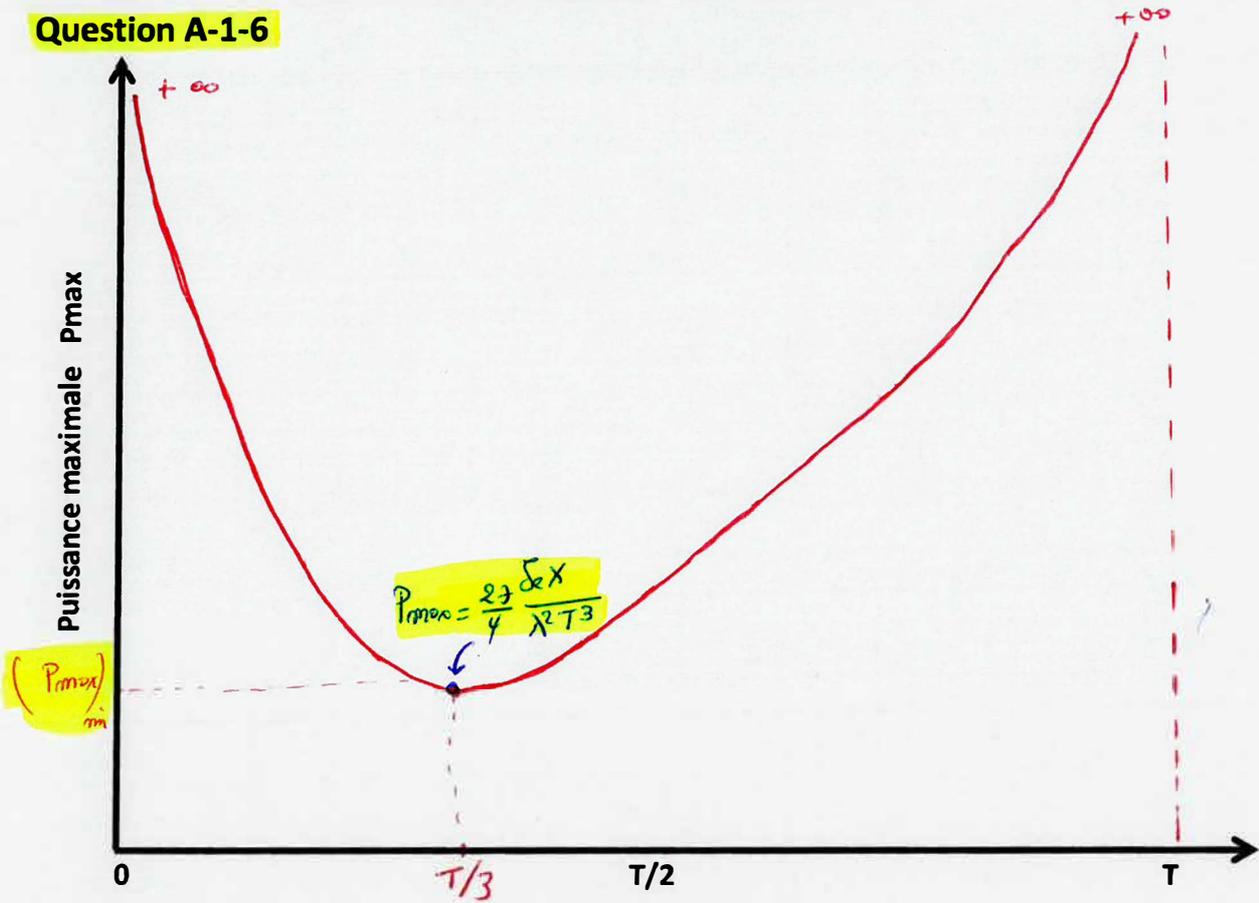
$FTBF(P) = \frac{4.52}{4.69 \cdot 10^4 P^2 + 0.031 P + 0.257}$

Le système est de deuxième ordre, ce type de système est très stable ( $\varphi < 180^\circ$ ).



DOCUMENT-REPONSE

Question A-1-6



Question D-2

MSB  $\rightarrow$   $D = 01000101$   $\leftarrow$  LSB

